**Деякі практичні рекомендації**

**при перетворенні алгебраїчних виразів.**

1.Не намагайтеся «згортати» викладки, виконуючи водночас кілька операцій. Виконуючи обчислення і перетворення послідовно, крок за кроком, на кожному етапі максимально спрощуючи здобутий вираз, ви зможете мінімізувати ймовірність помилки у перетвореннях, точніше вибрати наступну операцію і проаналізувати альтернативні ситуації, а при потребі, якщо вибраний шлях привів у глухий кут, — повернутися назад.

**Приклад.** Спростити вираз



* Грубою тактичною помилкою була б спроба додати відразу всі дроби, звівши їх до спільного знаменника. Додамо спочатку перші два:



До знайденої суми додамо третій дріб:



Діючи аналогічно, нарешті дістаємо 

***Зауваження.***Легко перевірити, що  Аналогічні рівності справджуються, очевидно, і для інших дробів. Замінивши кожний дріб, що входить у даний вираз, на відповідну різницю (замість того щоб додавати дроби, кожний замінюємо різ­ницею!), дістанемо в результаті  Очевидно, що за допомогою цього прийому можна знайти суму, подібну до розглянутої, з будь-якою кількістю доданків.

Важливим елементом культури перетворень, необхідним для розв’язання різноманітних задач із будь-яких розділів, є *вміння розкладати на множники* ті чи інші вирази. Як правило, мети досягаємо завдяки вдалому групуванню доданків.

**Приклад.** Спростити вираз 

* Спробуємо розкласти на множники чисельник і знаменник. Почнемо з чисельника. Маємо:



Розкладаючи на множники знаменник (зробіть аналогічні викладки самостійно), дістаємо  Отже, даний дріб дорівнює 

***Зауваження.***У чисельнику можна виділити множник  на тій підставі, що чисельник дорівнює нулю при 

Загалом із двох взаємно обернених операцій, як правило, виконання однієї набагато складніше, ніж виконання іншої. Це стосується, зокрема, множення алгебраїчних виразів та розкладання на множники або піднесення до степеня та добування кореня. Наприклад, легко встановити, що  але знач­но важче прочитати цю рівність справа наліво.

Слід запам’ятати, що коли при розв’язанні задачі зустрічається вираз виду  або  необхідно ***спробувати добути відповідний корінь*.** Дуже часто це можна зробити. Якщо таке добування неможливе, то варто скористатися добором. Наприклад, щоб спростити вираз  подамо його у вигляді  звідки  Пошук цілих (раціональних)  і  приводить до розв’язання системи   У цьому разі пару цілих  і  легко дібрати:   таким чином, 

У старих підручниках з алгебри наводиться рівність

|  |
| --- |
| , |

правильність якої неважко перевірити. У деяких випадках вона корисна при спрощенні виразів, що містять квадратні радикали.

**Приклад.** Спростити вираз 

* Зауважимо, що    (Ці рівності можна дістати добором, а можна скористатися наведеною щойно формулою). Таким чином, даний дріб зводиться до вигляду  Домноживши чисельник і знаменник дробу на  дістанемо



***Зауваження.***Зверніть увагу на останній етап наших перетворень. Тут використовується поширений прийом, який іноді називають множенням на спряжений вираз. У цьому разі знаменник має вигляд  Множачи чисельник і знаменник на  дістаємо в знаменнику вираз  який дорівнює 1.

**2. Заміна змінних. Умовні рівності.** *Перехід до нових позначень, заміна змінних* — найважливіший прийом і метод, за допомогою яких розв’язуються різні задачі як елементарної, так і вищої математики. Для деяких класів задач цей метод детально розроблено, наприклад для рівнянь.

###### Заміна змінних і перехід до нових позначень можуть використо­вуватися як прийом, що спрощує викладки й перетворює громіздкі алгебраїчні вирази на компактні і доступні для огляду. Дуже важливо, щоб обидва підходи були міцно засвоєні, оскільки ідея заміни змінних є наскрізною і в тому чи іншому вигляді фігурує практично в усіх наступних лекціях. Обмежимося розглядом одного прикладу.

**Приклад.** Довести, що коли  то і  Довести також, що із другої рівності випливає перша.

* Позначимо   Перейдемо до нових змінних    У нових позначеннях перша з даних рівностей набере вигляду



Вона легко перетворюється:





Друга рівність матиме вигляд



звідки



Коефіцієнт при  буде такий (перевірте!)



Таким чином, оскільки при  також  а  друга рівність після ділення обох частин на  перетворюється до того самого вигляду, що й перша.

Наведене розв’язання містить підказку щодо іншого способу розв’язання: ліву частину другої рівності дістаємо з лівої частини першої множенням на



Справді,





1. Спростити вираз: .
2. Перевірити на одночлен стандартного вигляду: .
3. Розкласти на множники .
4. Чи знаєте ви всі формули скорочення множення?
5. Знайти коефіцієнти в добутку .
6. Вибрати вираз який не є одночленом:

1) 2*abc*; 3) ;

2) 16; 4) *x*10.

1. Знайти степінь многочлена

.

1. Замінити *а* виразом так, щоб вийшла правильна рівність: .
2. Перевірте, чи запам’ятали ви всі поради щодо перетворення алгебраїчних виразів.
3. Класифікуйте свої знання методів перетворення алгебраїчних виразів починаючи з найпростіших.



Спростити числовий вираз (**1**—**71**).

**1.** 

**2.** 

**3.** 

**4.** 

**5.** 

**6.**  **7.** 

**8.**  **9.** 

**10.** 

**11.** 

**12.** 

**13.** 

**14.** 

**15.** 

**16.**  17. 

Довести рівність (**18**—**19**).

**18.** 

**19.** 

Спростити алгебраїчний вираз (**20**—**47**).

**20.** 

**21.** 

**22.** 

**23.** 

**24.** 

**25.** 

**26.** 

**27.** 

**28.**  Обчислити при  

**29.** 

**30.**  Обчислити при 

**31.**  де 

**32.** 

**33.** 

**34.** 

**35.** 

**36.** 

**37.** 

**38.** 



**39.** 

**40.** 

**41.**  **42.** 

**43.**  де  

**44.**  **45.** 

**46.** 

**47.** 

Довести рівність (**48**—**51**).

**48.** 



**49.** 

**50.** 

**51.** 

**52.** Довести, що коли  то   

**53.** Довести, що коли  то виконується рівність:

а) 

б) 

в) 

**54.** Довести, що при 



**55.** Довести, що коли   то 

**56.** Довести, що коли 

то  або 

**57.** Довести, що коли 

то 

**58.** Довести, що коли  то



**59.** Довести, що коли      то



**60.** Довести, що коли  

то 

**61.** Довести, що коли 

то 

**62.** Довести, що коли



то якісь два з трьох дробів, розміщених у лівій частині, дорівнюють 1, а один дорівнює –1.