**4.7 Рівняння вищих порядків.**

Розглянемо вираз ,

де  — дійсні числа, , — натуральне число, — змінна.  називається многочленом степеня  з дійсними коефіцієнтами . Число  називається коренем многочлена , якщо 

**Теорема Безу.**  Якщо — корінь многочлена , то  ділиться на , тобто  де  — многочлен степеня .

**Теорема 1.** Нехай усі коефіцієнти  многочлена  — цілі числа. Якщо — раціональний корінь цього многочлена, де  — нескоротний дріб, то  ділиться на , а  ділиться на .

**Схема Горнера.** Для розв’язування рівнянь вищих порядків використовується схема скороченого ділення многочлена на двочлен — схема Горнера.

    Розглянемо многочлен з  з цілими коефіцієнтами . Якщо  має раціональний корінь , то його можна знайти, скориставшись  теоремою 1. За теоремою Безу,   де  — многочлен степеня . Коефіцієнти  знайдемо за наступною схемою:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image123.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image125.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image127.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image129.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image131.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image132.gif |
| http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image133.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image135.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image137.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image139.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image141.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image143.gif | http://www.lnu.edu.ua/faculty/preuniv/4/r4_image145.gif |

 |

     Знову використовуємо теорему 1 і знаходимо раціональний корінь  многочлена , який також буде коренем многочлена , застосовуємо схему Горнера і т.д.

**Приклад 3.**   Розв’язати рівняння  

**Розв’язання.** У даному випадку  тому, якщо рівняння має раціональний корінь , то  дорівнює  або  або  Легко перевірити, що  — корінь рівняння. Застосовуючи схему Горнера, маємо

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **8** | **12** | **-12** | **-9** |
| **1** |     **1** |     **9** |     **21** |     **9** |     **0**  |

Отже,   Далі шукаємо розв’язки рівняння .  Його коренями можуть бути числа  або  або 

Підставляємо ці числа у рівняння і знаходимо корінь  Знову застосовуємо схему Горнера:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **9** | **21** | **9** |
| **-3** |     **1** |     **6** |     **3** |     **0** |

Отже,    і



Залишилося розв’язати квадратне рівняння  Його коренями є числа



**Відповідь:** , , , .

**Приклад 4.**  Знайти , якщо .

**Розв’язання.** Додамо рівняння системи. Отримаємо  Отже,  і  

**Відповідь:** 2.

**Приклад 5.** Визначити найменший цілий розв’язок рівняння 

**Розв’язання.** Запишемо рівняння у вигляді





Позначимо  Отримаємо



Звідси  Отже, маємо два випадки:  У першому випадку розв’язками є числа  У другому випадку цілих розв’язків немає.

Найменший цілий розв’язок рівняння —  

**Відповідь:** -3.

**Приклад 6.**  Визначити найбільший цілий розв’язок рівняння



**Розв’язання.**



Позначимо  Отримаємо рівняння  Звідси  і  Отже, маємо два випадки:

**1)** **.** Звідси    

**2)** Звідси    

**Відповідь:** 9.