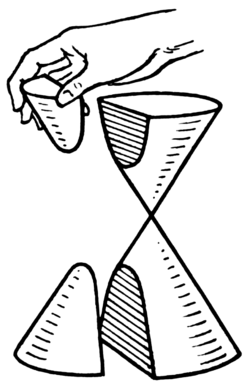
# Гіпербола

*.*

[](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Hyperbola_%28PSF%29.png)

[http://bits.wikimedia.org/skins-1.5/common/images/magnify-clip.png](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Hyperbola_%28PSF%29.png)

Гіпербола є відкритою кривою з двома гілками, що утворюється внаслідок перетину подвійного [конуса](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%83%D1%81) [площиною](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%BE%D1%89%D0%B8%D0%BD%D0%B0).

**Гіпербола** ([грец.](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B5%D1%86%D1%8C%D0%BA%D0%B0_%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D0%B0) *ὑπερβολή*) — [крива другого порядку](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%B2%D1%96_%D0%B4%D1%80%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D0%BF%D0%BE%D1%80%D1%8F%D0%B4%D0%BA%D1%83) з [ексцентриситетом](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%BA%D1%81%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%81%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%82) більшим за одиницю.

## Визначення

Гіпербола є невиродженою кривою другого порядку, яка задається рівнянням

\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1

де *a* > 0 та *b* > 0 — параметри. Таке рівняння називається *канонічним рівнянням* гіперболи.

Нехай канонічне рівняння кривої другого порядку шляхом переносу центру координат перетворено у вигляд:

y^2 = 2px - (1 - \varepsilon^2)x^2.

В цьому випадку крива проходить через початок координат нової системи; ось абсцис є віссю симетрії кривої. Це рівняння відображає той факт, що невироджена крива другого порядку є геометричним місцем точок, відношення відстаней яких \varepsilon \ge 0(**ексцентриситет**) від заданої точки (**фокуса**) та від заданої прямої (**директриса**) незмінна. Крива є гіперболою, якщо \varepsilon > 1. Тобто, гіпербола є геометричним місцем точок, абсолютна величина різниці відстаней яких від фокусів дорівнює 2*a* (фокальна властивість гіперболи). Директоріальна властивість гіперболи полягає в тому, що гіпербола є геометричним місцем точок, відношення відстаней яких від фокуса до одноіменної директриси дорівнює *e*.

## Властивості

|  |
| --- |
|  |
| [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/e2/Giperbola.png/120px-Giperbola.png](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Giperbola.png)  Гіпербола та її фокуси. |
| [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/31/Giperbola-koord.png/120px-Giperbola-koord.png](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Giperbola-koord.png)  Гіпербола та її напіввіссі та асимптоти. |
| [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/fa/Giperbola-ravnoboch.png/120px-Giperbola-ravnoboch.png](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Giperbola-ravnoboch.png)  Рівнобічна гіпербола. |

|  |
| --- |
|  |

Якщо в канонічному рівнянні гіперболи *a* = *b*, то гіпербола називається *рівнобічною*. В координатах

u = \frac{\sqrt{2}}{2}(x - y), \qquad v = \frac{\sqrt{2}}{2}(x + y),

рівняння рівнобічної гіперболи

*x*2 − *y*2 = *a*2

матиме вигляд:

*uv* = 2*a*2

звідки випливає, що по відношенню до координат *u* та *v* рівнобічна гіпербола представляє собою графік *звортньо-пропорційної залежності*. В координатах *x* та *y* маємо такий саме графік обернений на кут \frac{\pi}{4}

При u \to \pm \infty(а також при v \to \pm \infty) графік звортньо-пропорційної залежності щільніше притіскається до осі абсцис *v* = 0 (відповідно, до осі ординат *u* = 0), оскільки ці осі є *асимптотами* (двобічними) графіку. В канонічних координатах *x*, *y* ці асимптоти є [бісектрисами](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D1%96%D1%81%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%81%D0%B0) *y* = *x* та *y* = − *x* координатних кутів.

З гиперболою пов'язані наступні числові властивості:

* число *a*, що зветься *дійсною напіввіссю*;
* число *b*, що зветься *уявною напіввіссю*;
* число c = \sqrt{a^2 + b^2}, що зветься *лінійним ексцентриситетом*;
* число 2*c*, що зветься *фокусною відстаню*;
* число e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}, що називається *числовим ексцентриситетом*;
* число p=\frac{b^2}{a}, що зветься *фокальним параметром*;
* вісь абсцис, що зветься *дійсною* (або *фокальною*) віссю;
* вісь ординат, що зветься *уявною віссю*;
* точка *O*(0,0), що зветься *центром*;
* точки (\pm a, 0), що звуться *вершинами*;
* точки (\pm c, 0), що звуться *фокусами*;
* прямі x = \pm \frac{a}{e}, що звуться *директрисами*.